

*Е.А.ГОРЮШКІН*, канд.техн.наук; *А.Е.ГОРЮШКІН*; НТУ «ХП»

## СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРІВ ПАРАМЕТРІВ ІМПУЛЬСІВ МАЛОЇ ТРИВАЛОСТІ

У статті проведений аналіз можливості використання засобів математичної статистики для рішення завдання визначення параметрів імпульсів, що вимірюються, по результатам досліджень за допомогою методу зважених найменших квадратів.

The analysis of possibility for use of mathematical statistic methods for decision of task of determination of parameters of pulses with use of method of weighted minimal squares is discussed.

**Вступ.** Наявність у результатах вимірів параметрів імпульсів малої тривалості (ІМТ) випадкових помилок призводить до необхідності використання засобів математичної статистики для рішення завдання визначення параметрів, що вимірюються, по результатам досліджень.

Метод зважених найменших квадратів (МЗНК) [1] дозволяє достатньо просто виробляти попередню статистичну обробку вимірів, що переслідує дві основні цілі:

- 1) підвищення точності за рахунок зменшення впливу випадкових помилок, припущених у кожному окремому вимірі;
- 2) апроксимація великої кількості експериментальних наданих згладжуваним поліномом невисокої міри.

Досягнуте скорочення обсягу даних призводить до зниження вимог по пропускній здатності каналів зв'язку та обчислювальним ресурсам автоматизованої системи управління та обробки. Крім того, застосування поліномів, які апроксимують дискретні значення від різноманітних вимірювальних засобів, дозволяє призводити виміри до співпадаючих моментів часу. Врешті, при попередній статистичній обробці можуть бути частково виявлені та виключені аномальні результати вимірів.

**Метою роботи** є аналіз можливості використання засобів математичної статистики для рішення завдання визначення параметрів імпульсів, зокрема методу зважених найменших квадратів.

Якщо процес, що досліджується є монотонною функцією часу, то для його апроксимації доцільно обрати алгебраїчний поліном чи лінійну комбінацію ортогональних поліномів, що також становлять монотонні функції. Якщо процес має коливальний характер, то можна використати тригонометричні поліноми (наприклад, поліноми Бернштейна). Врешті, якщо процес має коливальну та монотонну складові одночасно, то для апроксимації дискретних вимірів цього процесу можна використовувати ортогональні полі-

номи, що поєднують й ті й другі властивості. Використання ортогональних поліномів для згладжування дискретних вимірів надто зручно: коефіцієнти апроксимуючого поліноmu виражаються безпосередньо через результати вимірів та ортогональні з вагою поліноми. Крім того, якщо при обраному значенні ступеня полінома опинилося, що точність наближення функції одержаним поліномом незадовільна, то збільшивши ступінь полінома, необхідно лише розрахувати по рекурентним формулам значення відомої функції часу та додаткового коефіцієнту полінома. Корисно визначити ту обставину, що обчислення ортогональних поліномів з наступним обертанням діагональної матриці призводить до менших помилок, ніж при використанні алгебраїчних поліномів, хоч обидві процедури алгебраїчно еквівалентні.

Точність результатів згладжування також зменшується, коли не звертається увага на маючу місце корельованість помилок вимірів. Треба враховувати корельованість цих помилок, щоб одержувати задовільні результати найбільш простим способом. Доказано, що з збільшенням кількості використаних вимірів ( $N \rightarrow \infty$ ) дисперсії оцінок коефіцієнтів апроксимуючого полінома як оптимальних, так і неоптимальних прагнуть до однієї межі. Збільшення похибок апроксимованих значень вимірів за рахунок неоптимальності процедури згладжування несуттєве та практичного значення не має.

При оцінці точності згладжених значень процесу, що досліджується в нашому випадку корельованість помилок вимірів обов'язково повинна враховуватися, бо в іншому випадку дисперсії отриманих результатів опиняться дуже заниженими.

Визначення порядку полінома та інтервалу досліджень для апроксимації дискретних вимірів процесу, що досліджується, є основним принциповим моментом методики згладжування вимірів. При фіксованому порядку полінома чим більше інтервал згладжування  $T_0$  (та кількість вимірів  $N$ ), тим у більшій мірі можна зменшити вплив випадкових помилок вимірів, але при цьому збільшується методична помилка вимірів (яка дорівнює сумі відкинутих членів ряду). Якщо ж збільшувати порядок апроксимуючого полінома, то методична помилка внаслідок згладжування зменшиться, а випадкова помилка зросте.

**Критерії вибору ступеня згладжуючого полінома при невідомій дисперсії помилок вимірів.** Нехай є результати вимірів  $h(t_i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, N-1$ , деякого процесу  $z(t)$ . Припустимо, що результати вимірів становлять суму

$$h(t_i) = z(t_i) + \delta h(t_i), \quad (1)$$

значень не випадкового процесу  $z(t_i)$  та випадкової помилки вимірів  $\delta h(t_i)$ , що характеризується нульовим математичним очікуванням та дисперсією

$$\sigma_i^2 = \sigma_0^2 / w_i,$$

де  $w_i$  – відомі постійні позитивні ваги вимірів;  $\sigma_0^2$  може бути й невідоме.

Необхідно одержати математичний вираз згладжуючої кривої  $\hat{z}(t)$ . Раніше показано, що рішення завдання згладжування вимірів істотно спрощується, якщо для апроксимації вимірів значень  $h(t_i)$  використовувати лінійну комбінацію ортогональних поліномів, наприклад Чебишева:

$$\hat{z}(t) = \sum_{r=0}^k \hat{C}_r \cdot \varphi_r(t), \quad (2)$$

де  $\varphi_r(t)$  – відомі функції часу, наприклад поліноми Чебишева;

$\hat{C}_r$  – оцінки коефіцієнтів полінома (2);

$r$  – порядок ортонормованого полінома;

$k$  – ступінь апроксимуючого багаточлена.

Вибір ступеня згладжуючого полінома при невідомій дисперсії помилок вимірів засновується на використанні статистики  $R_n$

$$R_n = \frac{K_n}{W_n^2} = \frac{\sum_{i=0}^{N-2} [h(t_i) - \hat{z}_n(t_i)] \cdot [h(t_{i+1}) - \hat{z}_n(t_{i+1})]}{\sum_{i=0}^{N-1} [h(t_i) - \hat{z}_n(t_i)]^2}, \quad (3)$$

Величина  $R_n$  визначає взаємну корельованість відхилень, узятих на одній сукупності, а саме корельованість всіх пар сусідніх значень  $[h(t_i) - \hat{z}_n(t_i)]$ .

Сумарна випадкова величина  $W_n^2$

$$W_n^2 = \sum_{i=0}^{N-1} a^2(t) = V_n^2 + A_n^2; \quad (4)$$

$$V_n^2 = \sum_{i=0}^{N-1} [\delta h(t_i)]^2 - \sum_{r=0}^n P_r^2 \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \varphi_r^2(t_i); \quad (5)$$

$$A_n^2 = 2 \cdot \sum_{r=n+1}^k C_r \cdot P_r \sum_{i=0}^{N-1} \varphi_r^2(t_i) + \sum_{r=n+1}^k C_r^2 \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \varphi_r^2(t_i). \quad (6)$$

Величина  $V_n^2$  – це сума квадратів відхилень вимірів від їх згладжених значень для випадку, коли  $A_n^2 = 0$ , тобто ступінь апроксимуючого полінома не менш дійсного ступеня функції, що вимірюється ( $n \geq k$ ). Вона має розподіл  $\sigma^2 \chi^2$  із  $N-n-1$  ступенями свободи та характеризується математичним очікуванням

$$M[V_n^2] = (N - n - 1) \cdot \sigma^2 \quad (7)$$

та дисперсією

$$D[V_n^2] = 2(N - n - 1) \cdot \sigma^4. \quad (8)$$

При переході до частотного аналізу сукупний енергетичний спектр  $s_n^2$ , що характеризує якість згладжування, є випадковою величиною, оскільки становить суму випадкової та невипадкової величин:

$$s_n^2 = \sum_{r=0}^n P_r^2 \cdot \sum_{i=0}^{N-1} \varphi_r^2(t_i) + a_n^2. \quad (9)$$

При збільшенні ступеня апроксимуючого полінома перша складова зростає, друга – ні. Ця друга складова визначає ту частину спектру, яка випадає на ступені, котрі перевищують ступінь апроксимуючого поліному.

Таким чином, для кожного конкретного випадку, коли визначений спектр процесу, що досліджується  $z(t)$  та спектр потужності помилки (сукупність значень  $P_r$ ), знайдеться принаймні одне значення  $n_{\text{опт}}$ , при якому величина  $s^2$  мінімальна.

Це значення  $n_{\text{опт}}$  і визначить шукану ступінь апроксимуючого полінома.

**Попередня статистична обробка результатів вимірів.** Аномальні результати вимірів, що порушують статистичний характер інформації про процес, що досліджується, можуть істотно викривляти результати статистичної обробки вимірів та повинні виключатися з наступної обробки [2].

Аномальні виміри можуть бути викликані збоями апаратури (машинні збої, збої каналів передачі даних, збої самого вимірювального засобу), але головним чином зумовлені хибним усуненням неоднозначностей функції, що вимірюється.

Засоби відбраковки вимірів базуються на апіорних даних про характер зміни функцій, що вимірюються в часу. Перевірку результатів вимірів на аномальність у процесі їх одержання (у реальному масштабі часу) проводять за умовою знаходження виміру в припустимих межах (наприклад, у межах строга по параметру, що вимірюється), при цьому додатково може здійснюватися перевірка модуля різності сусідніх вимірів. При багатоканальних вимірах надто ефективною є міжканальна обробка вимірів.

З урахуванням приведених думок попередню обробку вимірів пропонується проводити в наступній послідовності.

1. Складають вибірку з перших отриманих  $n$  вимірів
2. Обчислюють згладжені значення вимірів (2);
3. Розраховують оцінку середньоквадратичного відхилення помилок вимірів.

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^v (h_k - \hat{z}_k)^2}{v - n - 1}}. \quad (10)$$

4. Враховуючи, що випадкова величина

$$\frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^v (h_k - \hat{z}_k)^2 \quad (11)$$

розподілена як  $\chi^2_{v-n-1}$ , складають довірчий інтервал

$$J = [\gamma_1 \cdot \hat{\sigma}; \gamma_2 \cdot \hat{\sigma}] \quad (12)$$

де величини  $\gamma_1$  і  $\gamma_2$  визначають як табличні по заданому рівню ймовірності  $p$  і числу ступенів свободи  $\nu = n - 1$ .

5. Перевіряється виконання нерівності

$$\gamma_1 \cdot \hat{\sigma} \leq \sigma \leq \gamma_2 \cdot \hat{\sigma}. \quad (13)$$

Виконання умови (13) свідчить про правильність визначення оцінки середнього квадратичного відхилення, що можливо для випадку, коли в вибірці відсутні аномальні виміри. В такому випадку вимір вважається достовірним та може бути використаний у подальшій обробці. У вигляді опорної вибірки використовується  $\nu$  останніх вимірів.

В разі, коли кількість аномальних вимірів, що повторюються один за одним, перевершить наперед задане число, то переходять до пошуку нової опорної вибірки.

Для підтвердження викладених вище положень було проведено експериментальне дослідження можливостей зменшення похибок шляхом статистичної обробки вибірок. При цьому особливий інтерес має питання зменшення дисперсії шумів дискретизації [3]. У вигляді вихідної моделі для формування масиву вибірок був обраний близький до прямокутного імпульсу із кінцевими  $\tau_f$  і  $\tau_c$ , що формувався методом кусочно-лінійної апроксимації. В процесі формування була передбачена також можливість моделювання аналого-цифрового перетворення з різноманітною розрядністю. В якості вихідних параметрів були обрані:

- тривалість імпульсу  $t_i$  10 мкс;
- кількість відліків 256;
- динамічний діапазон 10 Дб.

Початкові дані зображені на рисунках: на рис. 1 зображений ідеальний імпульс, на рис 2, 3 – імпульси після аналого-цифрового перетворення шляхом чотирьох- та восьмирозрядного аналого-цифрових перетворювачів (АЦП). Видно, що при збільшенні розрядності АЦП похибки дискретизації суттєво зменшуються (розмах помилки складає  $\approx 100$ мВ,  $\approx 25$ мВ і  $\approx 12$ мВ відповідно), тому в цілях наочності подальші дослідження проводилися з моделями чотирьох - та шестирозрядних АЦП, як найбільш швидкодіючих при сучасній елементній базі. Такі імпульси оброблялися шляхом згладжування їх поліномами за викладеною вище методикою. Результат обробки для чотирьохрозрядного АЦП наведено на рис. 4.

Основні числові параметри помилок аналого-цифрового перетворення шести- та восьмирозрядним АЦП з застосуванням поліноміального згладжування та без нього приведені в табл. 1.

З таблиці видно, що дисперсія помилок виміру після поліноміального згладжування по меншій мірі у 1,5 рази менша, ніж дисперсія незгладжених помилок, та лише незначно перевищує дисперсію незгладжених помилок перетворення АЦП із більшою розрядністю. Цей важливий висновок при конс-

труюванні вимірювачів параметрів простих сигналів дозволяє застосовувати АЦП із меншою розрядністю. Оскільки вони є найбільш швидкодіючими, то знижуються вимоги до швидкодії апаратної частини вимірювача. Відзначимо, що при вимірі параметрів сигналу період оновлення інформації може бути достатньо великим (до хвилин), тому деяке збільшення часу математичної обробки не страшно.

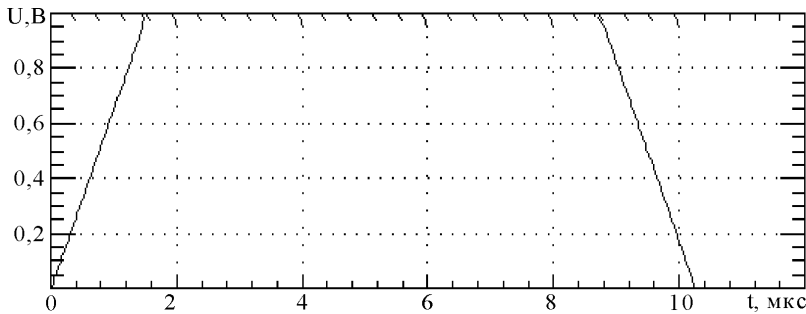


Рисунок 1 – Вихідний імпульс

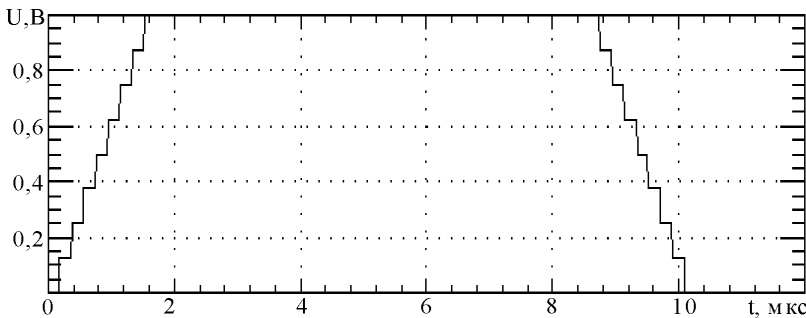


Рисунок 2 – Імпульс, перетворений чотирирозрядним АЦП

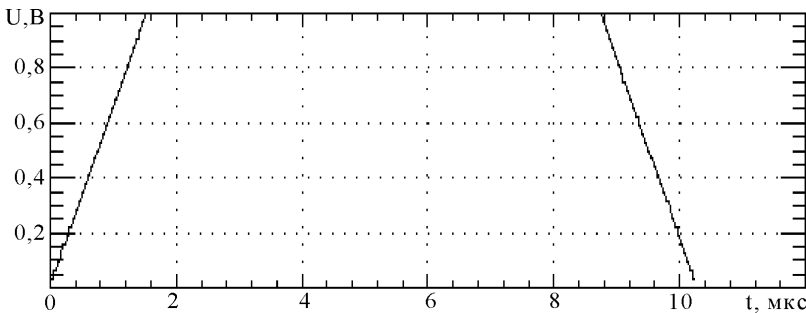


Рисунок 3 – Імпульс, перетворений восьмирозрядним АЦП

Таблиця 1

Параметри	Шестирозрядний АЦП		Восьмирозрядний АЦП
	без обробки	з обробкою	
Розмір вибірки	256	256	256
Математичне очікування	-3,14444E-3	-3,14271E-3	-3,14837E-3
Дисперсія	<b>4,75989E-5</b>	<b>2,97947E-5</b>	<b>2,45077E-5</b>
СКВ	6,8992E-3	5,45845E-3	4,95052E-3
Стандартна помилка	3,04607E-4	2,40996E-4	2,18571E-4

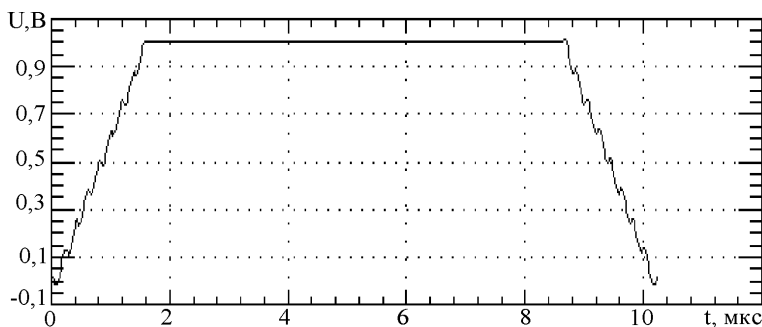


Рисунок 4 – Оброблений імпульс після чотирьох розрядів АЦП

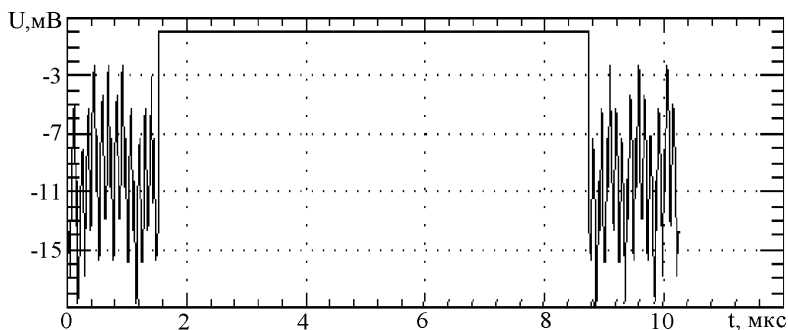


Рисунок 5 – Похибки згладження на інтервалі в 5 відліків

Особливу важливість для поліноміального згладжування набуває правильний вибір інтервалу, на якому здійснюється згладжування. В загальному випадку цього інтервалу залежить від тактової частоти АЦП, його розрядності, динамічного діапазону та в принципі може бути розрахована для кожної конкретної вибірки. На рисунках 5 та 6 представлені різниці між ідеальним та оцифрованим імпульсом, який

згладили поліномом при інтервалах в 5 та 12 відліків відповідно, причому останній інтервал забезпечує мінімальне значення помилки та, отже, є у цьому понятті оптимальним.

Чисельні значення статистичних характеристик цих помилок представлені у таблиці 2. З неї видно, що оптимізація інтервалу згладжування дає вииграш, який виражається у зменшенні дисперсії помилок згладжувань у 1,2...1,3 рази.

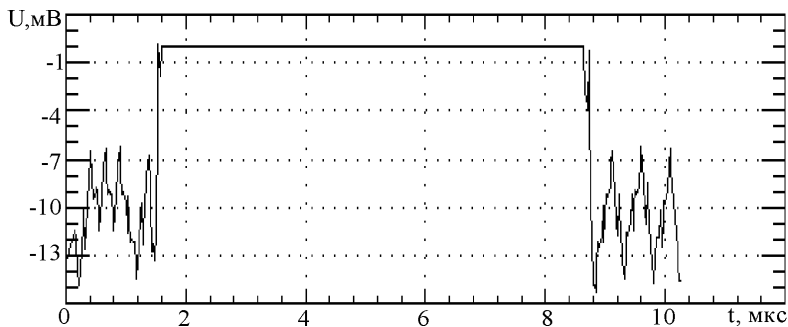


Рисунок 6 – Похибки згладження на інтервалі в 12 відліків

Таблиця 2

Параметри	Згладжування		Без обробки
	оптимальне	неоптимальне	
Розмір вибірки	256	256	256
Математичне очікування	0,0148509	0,0147721	0,0147721
Дисперсія	<b>5,08906E-4</b>	<b>6,11088E-4</b>	<b>9,00776E-4</b>
СКВ	0,0225589	0,0247202	0,0300129
Стандартна помилка	<b>9,96002E-4</b>	<b>1,09142E-3</b>	<b>1,3251E-3</b>

Альтернативою обчисленню може бути експериментальне визначення інтервалу згладжування на сімействі згладжених вибірок за будь-якими критеріями. Зокрема, на рис. 7 зображена поверхня помилок поліноміального згладжування поліномом 2 ступеня вибірки розміром у 256 відліків. Осі «X» відповідає номер відліку (у діапазоні 0...255), осі «Y» умовний інтервал згладжування (початковий інтервал складає 5 точок, кінцевий – 37); ось «Z» відбиває модуль розмаху різниці між ідеальним і оцифрованим за допомогою шестирозрядного АЦП імпульсами. З рисунку видно, що існує мінімум модуля помилки, що можна визначити та використати при подальшому аналізі.



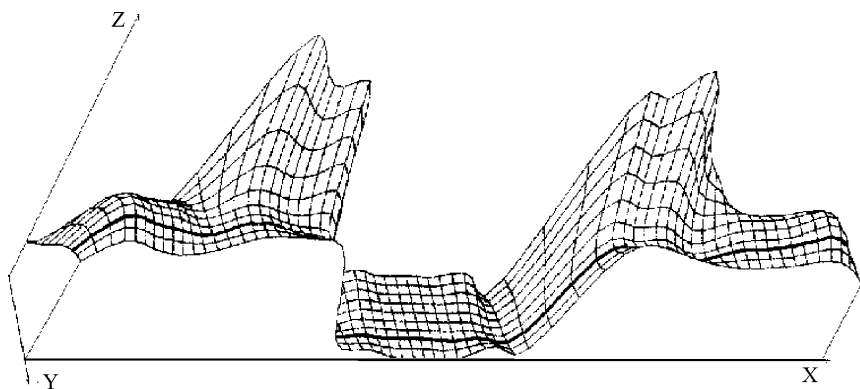


Рисунок 7 – Поверхня помилок поліноміального згладжування

**Висновки.** На підставі проведених досліджень можна зробити висновок, що побудова аналого-цифрового вимірювача параметрів імпульсів як єдиного апаратно - програмного комплексу дозволяє одержати повну статистичну оцінку точностних параметрів імпульсів малої тривалості, що вимірюються.

**Список літератури:** 1. *Т.Андерсон* Статистический анализ временных рядов. Пер.с англ. – М.: Мир, 1976. 2. *Блейхут Р.* Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. Пер. с англ. – М., Мир, 1989. 3. *Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н.* Цифровая обработка сигналов. – М.: Радио и связь, 1990.

*Надійшла до редколегії 29.10.2007*

УДК 621.373:664

**Л.С.ЕВДОШЕНКО**, НТУ «ХПИ»

## **СТАРТОВАЯ СТУПЕНЬ ГЕНЕРАТОРА ВЫСОКОВОЛЬТНЫХ ИМПУЛЬСОВ**

Для генератора мегавольтных импульсов створено малогабаритный (470×226×226 мм) стартовый ступень на напрягу 10 кВ з енергією, що запасється, 1,25 кДж. При розряді ступеню на нелінійне навантаження (імпульсний трансформатор с феромагнітним осердям та незарядженою ємністю у вторинній обмотці) за допомогою одного керованого розрядника зі скривленням поля фронт імпульсу напруги на навантаженні не перевищував 80 нс.

Small-sized (470×226×226 mm) starting stage on voltage 10 kV with stored energy 1.25 kJ for generator of megavolt pulses has been created. Voltage pulse front on the load during discharge of the stage into nonlinear load (pulsed transformer with ferromagnetic core and non-charged capacitance in secondary winding) with help of one controlled discharger with field distortion was less 80 ns.